第9講　三角関数のグラフ，方程式と不等式

§1 三角関数のグラフ

要点整理 と 公式

要点1 $y=\sin\theta$，$y=\cos\theta$ **のグラフ**

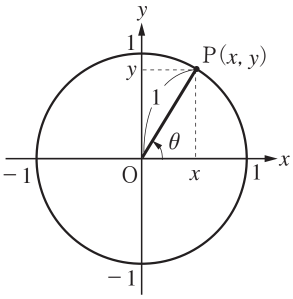
右図のように，角 θ の動径と単位円の交点を $\mathrm{P}(x,\ y)$ とすると，

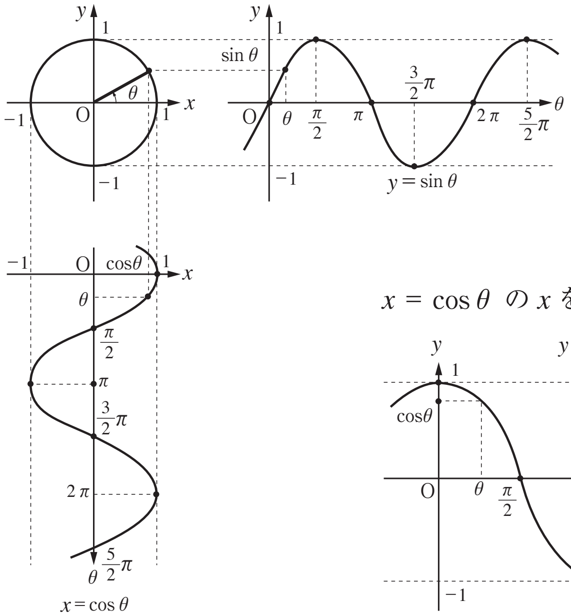
$\sin\theta=y,\ \cos\theta=x$

と表される。このことを用いて，

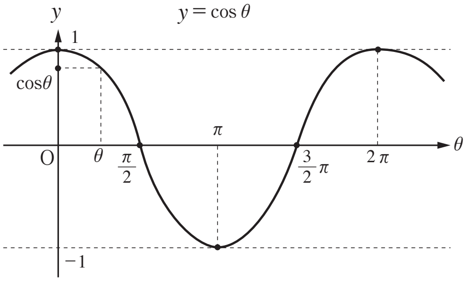
関数 $y=\sin\theta$，$x=\cos\theta$ のグラフ

をかくことができる。





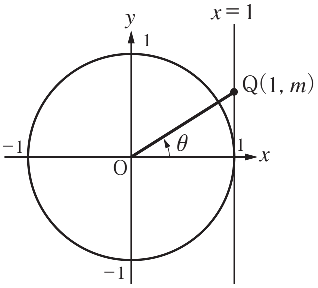
$x=\cos\theta$ の x を y にしてグラフをかくと以下。



動径は，ある位置から1回転するともとの位置に戻る。よって，$y=\sin\theta$，$y=\cos\theta$ のグラフは，ともに「　　　　」ごとに同じ形をくり返す。この 2π を，$y=\sin\theta$，$y=\cos\theta$ の「　　　　」といい，$y=\sin\theta$，$y=\cos\theta$ は 2π を周期とする「　　　　　　」という。

※ 4π や -2π なども $y=\sin\theta$，$y=\cos\theta$ の周期であるが，周期は，普通は「正の周期のうちで最小のもの」をさす。

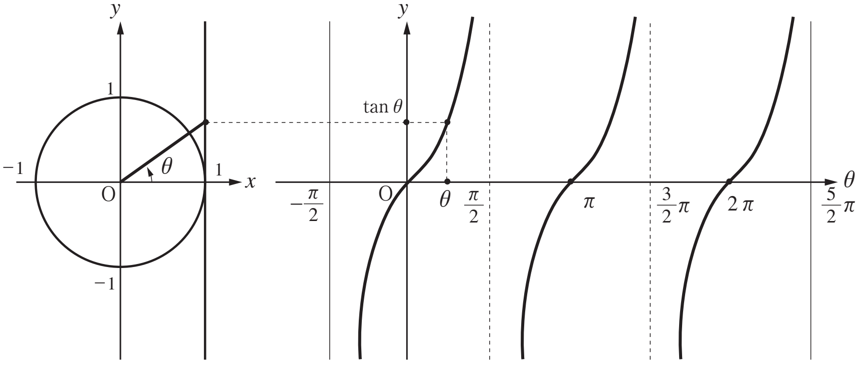
要点 2　$y = \tan\theta$ のグラフ



右図のように，一般角 θ の動径と $x = 1$ との交点を

Q$(1,\ m)$とすると，$m = \tan\theta$ と表される。

このことを用いて，関数 $y = \tan\theta$ のグラフをかくことができる。



$y = \tan\theta$

グラフを見ると，「　　　」ごとに同じ形を繰り返す。つまり $y = \tan\theta$ は，π を周期とする周期関数である。

$\tan\theta$ は $\theta = \dfrac{\pi}{2} + n\pi$（$n$ は整数)では定義されない。$y = \tan\theta$ のグラフは $\theta = \dfrac{\pi}{2} + n\pi$ に近づくと直線 $\theta = \dfrac{\pi}{2} + n\pi$ に限りなく近づく。

グラフが限りなく近づく線を，そのグラフの「　　　　　」という。

要点 3　三角関数のグラフの特徴

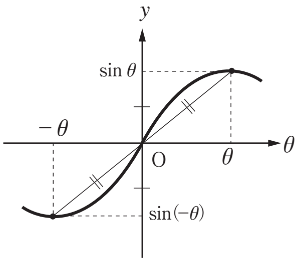
$\sin(-\theta) = -\sin\theta$，$\cos(-\theta) = \cos\theta$，$\tan(-\theta) = -\tan\theta$ より，

三角関数 $y = \sin\theta$，$y = \cos\theta$，$y = \tan\theta$　のグラフについて，以下のことがいえる。

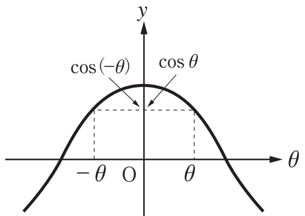
・$y = \sin\theta$，$y = \tan\theta$ のグラフは，原点に関して対称である。

・$y = \cos\theta$ のグラフは，y 軸に関して対称である。

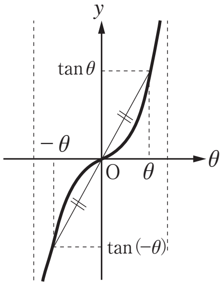
$y = \sin\theta$



$y = \cos\theta$



$y = \tan\theta$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

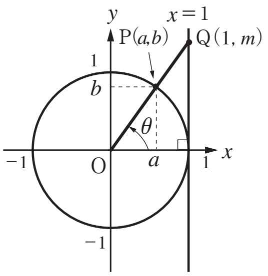
1

次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y = \sin\theta$　　(2)　$y = \cos\theta$　　(3)　$y = \tan\theta$

Point Pickup

関数 $y = \sin\theta$，$y = \cos\theta$，$y = \tan\theta$ のグラフ



角 θ の動径と，単位円の交点 $\mathrm{P}(a,\ b)$，

$x = 1$ の交点 $\mathrm{Q}(1,\ m)$ とするとき，

　$y = \sin\theta$ の y 座標は

　$y = \cos\theta$ の y 座標は

　$y = \tan\theta$ の y 座標は

これらの y 座標の増減を意識し，グラフをかく。

$y = \sin\theta$，$y = \cos\theta$ の周期は「　　　」，$y = \tan\theta$ の周期は「　　」。

グラフをかくときは，最低「1周期分」はかく。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ いろいろな三角関数のグラフ

要点整理 と 公式

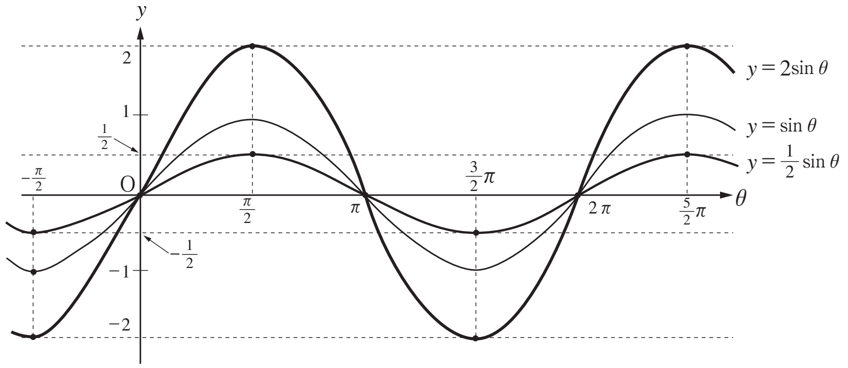
要点4 関数 $y = a\sin\theta$ のグラフ

関数 $y = 2\sin\theta$，$y = \dfrac{1}{2}\sin\theta$　のグラフについて考える。

関数 $y = 2\sin\theta$ のグラフは，$y = \sin\theta$ のグラフを，θ 軸をもとに y 軸方向に「　　倍」したものである。

また，$y = \dfrac{1}{2}\sin\theta$ のグラフは，$y = \sin\theta$ のグラフを，θ 軸をもとに y 軸方向に「　　倍」したものである。

$y = 2\sin\theta$，$y = \dfrac{1}{2}\sin\theta$ の周期は，$y = \sin\theta$ の周期と同じく「　　　」である。

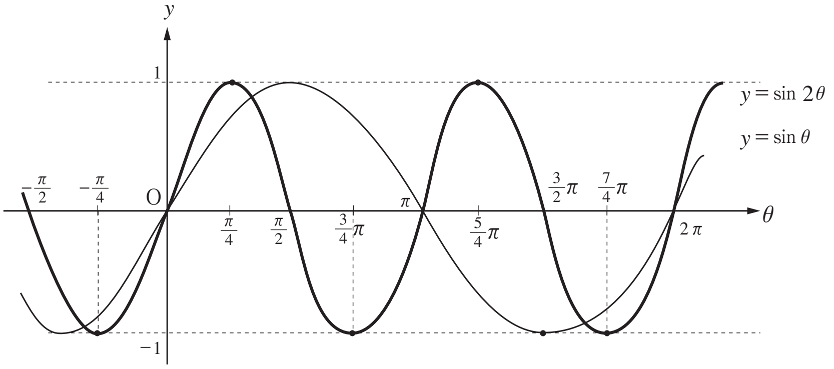


要点5 関数 $y = \sin k\theta$ のグラフ

関数 $y = \sin 2\theta$ のグラフについて考える。

このグラフは，$y = \sin\theta$ のグラフを，y 軸をもとに θ 軸方向に「　　倍」にしたものである。

また，$y = \sin 2\theta$ の周期は，「$2\pi \times$　　　」である。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

一般に，k を正の定数とするとき，次のことが成り立つ。

関数 $y=\sin k\theta$，$y=\cos k\theta$ の周期は「$\dfrac{2\pi}{k}$」

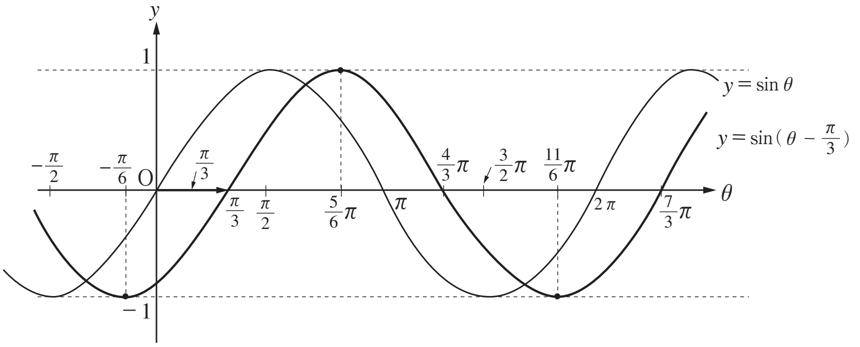
関数 $y=\tan k\theta$ の周期は「$\dfrac{\pi}{k}$」

要点6 関数 $y=\sin(\theta-p)$ のグラフ

関数 $y=\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)$ のグラフについて考える。

このグラフは，$y=\sin\theta$ のグラフを，θ 軸方向に $\dfrac{\pi}{3}$「　　　　　」したものである。

また，$y=\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)$ の周期は，$y=\sin\theta$ の周期と同じく「　　　」である。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

［1］ 次の［　　］にあてはまるものを，下の①～⑦から選べ。ただし，同じものを選んでもよいとする。

(1) 関数 $y=2\cos\theta$ のグラフは，$y=\cos\theta$ のグラフを［ア］軸方向に［イ］倍したものである。また，その周期は［ウ］である。

(2) 関数 $y=\cos 2\theta$ のグラフは，$y=\cos\theta$ のグラフを［エ］軸方向に［オ］倍したものである。また，その周期は［カ］である。

(3) 関数 $y=\tan\dfrac{\theta}{2}$ のグラフの周期は［キ］である。

① θ　② y　③ 2　④ $\dfrac{1}{2}$　⑤ 2π　⑥ π　⑦ $\dfrac{\pi}{2}$

［2］ $y=\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)$ のグラフをかけ。また，その周期を求めよ。

Point Pickup

いろいろな三角関数のグラフ

$y=a\sin\theta$ … $y=\sin\theta$ のグラフを y 軸方向に a 倍。周期は　2π

$y=\sin k\theta$ … $y=\sin\theta$ のグラフを θ 軸方向に $\dfrac{1}{k}$ 倍。周期は $2\pi\times\dfrac{1}{k}=\dfrac{2\pi}{k}$

$y=\sin(\theta-p)$ … $y=\sin\theta$ のグラフを θ 軸方向に p 平行移動。周期は 2π

他の種類の三角関数のグラフも，$y=\cos\theta$（周期 2π），$y=\tan\theta$（周期 π）のグラフを参考にしてかく。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

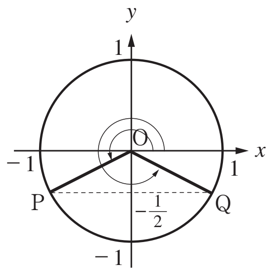
{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 三角関数を含む方程式

要点整理 と 公式

要点7 $\sin\theta$, $\cos\theta$ を含む方程式



$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$\sin\theta = -\dfrac{1}{2}$ を満たす θ を求める。

単位円の円周上で，「　　」座標が$-\dfrac{1}{2}$ となる点は

右図の点 P，Q である。

求める θ の動径は OP，OQ であり，

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲では　$\theta =$　　　　，　　　　である。

一般に

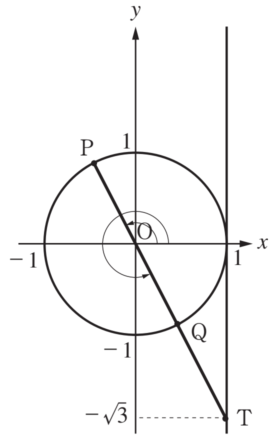
$\sin\theta = a$ を満たす θ は，単位円の円周上で「　　」座標が a となる点，

$\cos\theta = b$ を満たす θ は，単位円の円周上で「　　」座標が b となる点

を考えればよい。

要点8 $\tan\theta$ を含む方程式

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$\tan\theta = -\sqrt{3}$ を満たす θ を求める。



直線「$x =$　　」上に，「　　」座標が$-\sqrt{3}$となる点 T をとり，

直線 OT と単位円の交点を右図のように点 P，Q とする。

求める θ の動径は OP，OQ であり，

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲では　$\theta =$　　　，　　　である。

一般に，$\tan\theta = c$ を満たす θ は，

直線 $x = 1$ 上に点T（1,　　）をとり，直線 OT と単位円の交点を考えればよい。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の等式を満たす θ の値を求めよ。

(1) $\sin\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(2) $\cos\theta = \dfrac{1}{2}$　　(3) $\tan\theta = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Point Pickup

三角関数を含む方程式（三角方程式）の解法

$\sin\theta = a$ … 単位円の円周上で,「　　」座標が a となる点,

$\cos\theta = b$ … 単位円の円周上で,「　　」座標が b となる点

$\tan\theta = c$ … 直線 $x = 1$ 上に点 T（1,　　）をとり，直線 OT と単位円の交点

単位円上にその点 P（Q）を図示し，動径 OP，OQ の表す角を

与えられた変域内で求める。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

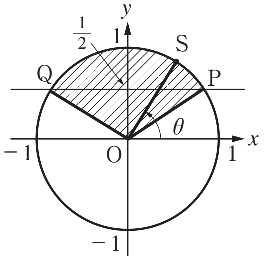
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ 三角関数を含む不等式

要点整理 と 公式

要点9 $\sin\theta$ を含む不等式

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$\sin\theta \geqq \dfrac{1}{2}$ を満たす θ の値の範囲を求める。



単位円の円周上で，y 座標が $\dfrac{1}{2}$ となる点は右図の点 P，Q であり，

動径 OP，OQ の表す角は，それぞれ $\theta =$ 　　　，　　　である。

与えられた不等式の θ を表す動径を OS とすると，

S の y 座標が $\dfrac{1}{2}$ 以上となるのは，斜線部分の扇形 OPQ において

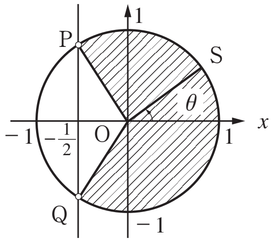
弧 PQ 上（P，Q を含む）に S があるとき。

よって，求める θ の範囲は　　　　　　　　　である。

要点10 $\cos\theta$ を含む不等式

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$\cos\theta > -\dfrac{1}{2}$ を満たす θ を求める。

単位円の円周上で，x 座標が $-\dfrac{1}{2}$ となる点は右図の点 P, Q であり，



動径 OP，OQ の表す角は，それぞれ $\theta =$ 　　　，　　　である。

与えられた不等式の θ を表す動径を OS とすると，

S の x 座標が $-\dfrac{1}{2}$ より大きくなるのは，斜線部分の扇形 OPQ において弧 PQ 上（P，Q を含まない）に S があるとき。

よって，求める θ の範囲は　　　　　，　　　　　である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

(1)　$\sin\theta \leqq -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　(2)　$\cos\theta > -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Point Pickup

三角関数を含む不等式（三角不等式）の解法

不等式における「不等号」(＞，≧，＜，≦）を

「等号」(＝）に変えた「三角方程式」を，単位円を用いて解く。

その単位円において，不等式を満たす θ の値の範囲を図から求める。

与えられた変域によって，答えの範囲が複数に分かれることがある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

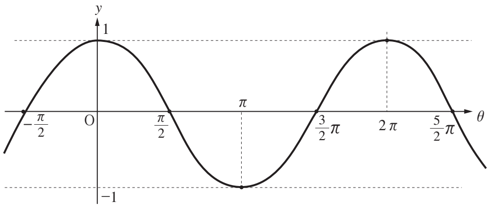
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第9講　確認テスト

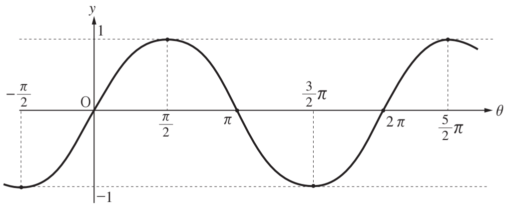
1　次の［　］にあてはまるものを，下の①～③からそれぞれ選べ。

$y = \sin\theta$ のグラフは［ア］，$y = \cos\theta$ のグラフは［イ］，$y = \tan\theta$ のグラフは［ウ］である。

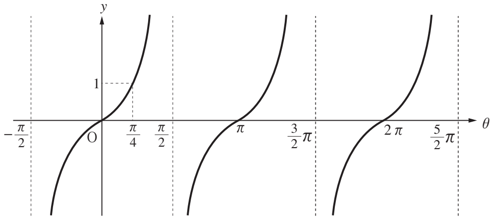
①



②



③



2　次の［　］にあてはまるものを，下の①～⑧から選べ。

関数 $y = \cos 3\theta$ のグラフは，$y = \cos\theta$ のグラフを［エ］軸方向に［オ］倍したものである。また，その周期は［カ］である。

①　θ　　②　y　　③　3　　④　$\dfrac{1}{3}$　　⑤　$\dfrac{\pi}{3}$　　⑥　$\dfrac{2}{3}\pi$　　⑦　2π　　⑧　3π

3　$0 \leqq \theta < 2\pi$　のとき，$\sin\theta = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす θ は　$\theta = \dfrac{［キ］}{［ク］}\pi$，$\dfrac{［ケ］}{［ク］}\pi$ である。

ただし，［キ］＜［ケ］とする。

4　$0 \leqq \theta < 2\pi$　のとき，$\cos\theta \geqq \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ は　$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{［コ］}$，$\dfrac{［サ］}{［コ］}\pi \leqq \theta < 2\pi$

である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

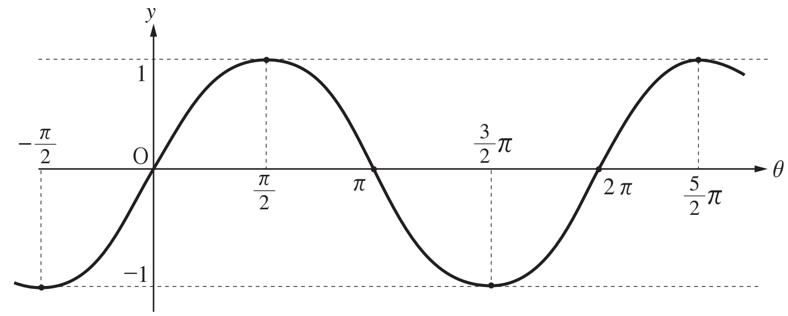
{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

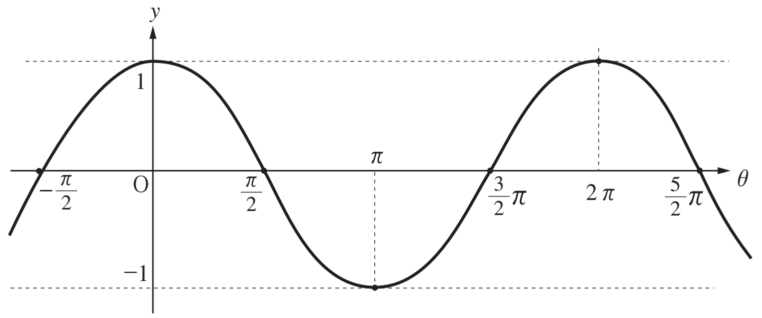
第9講　三角関数のグラフ，方程式と不等式

1

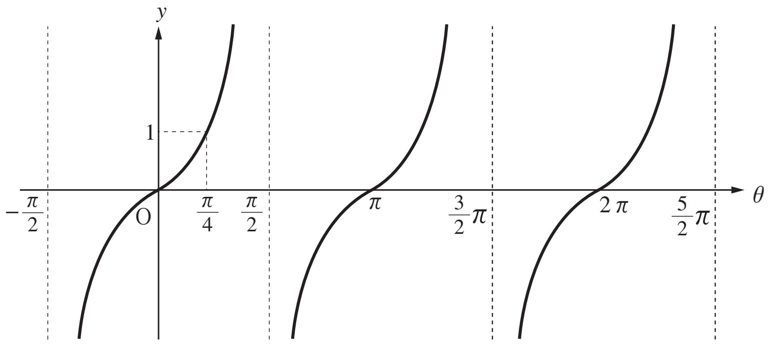
(1)



(2)



(3)



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

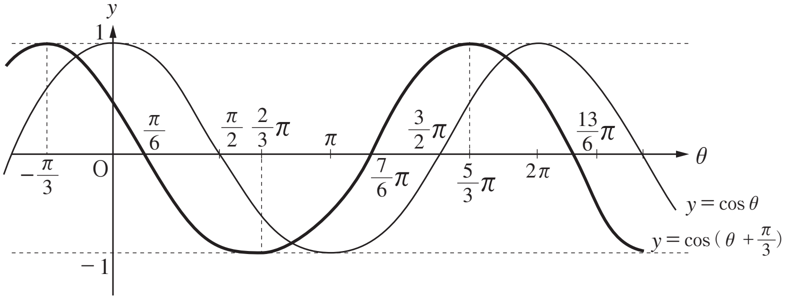
2

［1］（1）ア ②　イ ③　ウ ⑤

（2）エ ①　オ ④　カ ⑥

（3）キ ⑤

［2］



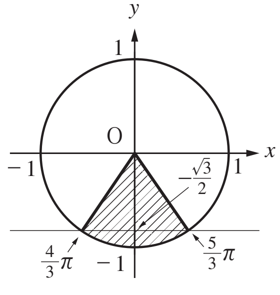
周期は2π

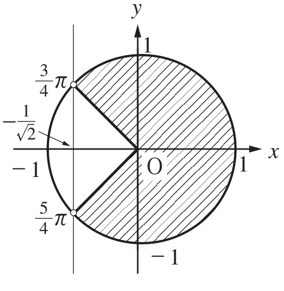
3

（1）$\theta=\frac{5}{4}\pi,\ \frac{7}{4}\pi$　（2）$\theta=\frac{\pi}{3},\ \frac{5}{3}\pi$　（3）$\theta=\frac{\pi}{6},\ \frac{7}{6}\pi$

4

（1）下図より $\frac{4}{3}\pi \leqq \theta \leqq \frac{5}{3}\pi$　（2）下図より $0 \leqq \theta < \frac{3}{4}\pi,\ \frac{5}{4}\pi < \theta < 2\pi$





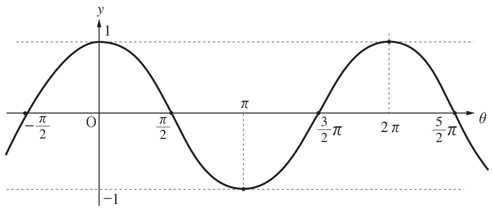
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第9講　確認テスト

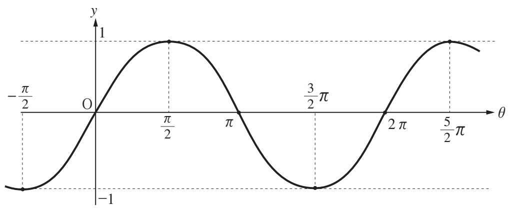
1　次の □ にあてはまるものを，下の①～③からそれぞれ選べ。

$y = \sin\theta$ のグラフは [ア]，$y = \cos\theta$ のグラフは [イ]，$y = \tan\theta$ のグラフは [ウ] である。

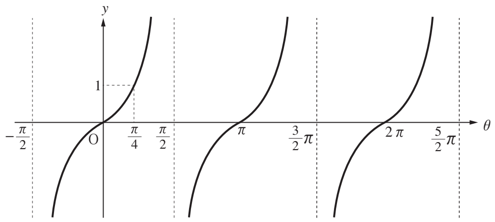
①



②



③



2　次の □ にあてはまるものを，下の①～⑧から選べ。

関数 $y = \cos 3\theta$ のグラフは，$y = \cos\theta$ のグラフを [エ] 軸方向に [オ] 倍したものである。また，その周期は [カ] である。

①　θ　②　y　③　3　④　$\frac{1}{3}$　⑤　$\frac{\pi}{3}$　⑥　$\frac{2}{3}\pi$　⑦　2π　⑧　3π

3　$0 \leqq \theta < 2\pi$　のとき，$\sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす θ は　$\theta = \frac{[キ]}{[ク]}\pi$，$\frac{[ケ]}{[ク]}\pi$ である。

ただし，[キ] < [ケ] とする。

4　$0 \leqq \theta < 2\pi$　のとき，$\cos\theta \geqq \frac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ は　$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{[コ]}$，$\frac{[サ]}{[コ]}\pi \leqq \theta < 2\pi$

である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

1　ア　②　　イ　①　　ウ　③

2　エ　①　　オ　④　　カ　⑥

3　キ　4　　ク　3　　ケ　5

4　コ　4　　サ　7

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。